

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«Луганский государственный университет имени Владимира Даля»
(ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»)**

**Северодонецкий технологический институт
Кафедра информационных технологий, приборостроения и электротехники**

УТВЕРЖДАЮ:
Врио. директора СТИ (филиал)
ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»
Ю.В. Бородач
(подпись) «26» 09 2024 года



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Численные методы»

По направлению подготовки: 09.03.02 Информационные системы и технологии

Профиль: Цифровые технологии в экономике

Северодонецк – 2024

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Численные методы» по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (профиль «Цифровые технологии в экономике») – 24 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Численные методы» разработана в соответствии федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19 сентября 2017 г. № 926 (с изменениями и дополнениями в соответствии с приказами Министерства образования и науки Российской Федерации № 1456 от 26.11.2020 г., № 83 от 08.02.2021 г., № 662 от 19.07.2022 г. и № 208 от 27.02.2023 г.).

СОСТАВИТЕЛЬ:

к.т.н., доцент Чебан В.Г.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры информационных технологий, приборостроения и электротехники « 05 » сентября 2024 г., протокол № 1.

Заведующий кафедрой ИТПЭ  В.Г. Чебан

Переутверждена: « » 20 г., протокол № .

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии Северодонецкого технологического института (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Луганский государственный университет имени Владимира Даля» « 16 » сентября 2024 г., протокол № 1.

Председатель учебно-методической комиссии
СТИ (филиал) ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В.Даля»



Ю.В. Бородач

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – сформировать у студентов систему понятий о вычислительной математике, теории погрешностей, о численных методах решения задач линейной алгебры и математического анализа.

Задачи дисциплины: дать студентам представление о численных методах решения математических задач; дать умения и навыки применения численных методов для решения практических (прикладных) задач с использованием ЭВМ.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Численные методы» входит в обязательную часть Блока 1 учебного плана по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Основывается на базе дисциплин: «Высшая математика».

Является основой для изучения следующих дисциплин: «Методы принятия оптимальных решений», «Теория систем и системный анализ».

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижений компетенции (по реализуемой дисциплине)	Перечень планируемых результатов
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы высшей математики, физики, основы вычислительной техники и программирования ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования ОПК-1.3. Владеет навыками решения профессиональных задач с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования	Знать: основы высшей математики, физики, основы вычислительной техники и программирования Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением численных методов Владеть: навыками решения профессиональных задач с применением численных методов

ОПК-6. Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения в области информационных систем и технологий	ОПК-6.1. Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий ОПК-6.2. Умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ ОПК-6.3. Владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач	Знать: основные языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий Уметь: применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для решения прикладных задач различных классов Владеть: навыками программирования, отладки и тестирования программно-технических комплексов задач
--	--	---

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	108 (3 зач. ед.)	-	108 (3 зач. ед.)
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	51	-	18
Лекции	34	-	10
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	-	-	-
Лабораторные работы	17	-	8
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Индивидуальное задание	-	-	-
Самостоятельная работа студента (всего)	57	-	90
Форма аттестации	зачет	-	зачет

4.2. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Введение.

Предмет вычислительной математики. Историческая справка. Роль компьютера в исследовании сложных математических моделей. Понятие вычислительного эксперимента. Требования, предъявляемые к задачам (устойчивость, корректность). Требования, предъявляемые к алгоритмам. Проблема погрешностей в вычислительной математике. Погрешность модели, алгоритма, входных данных, вычислительного процесса. Источники и классификация погрешностей.

Тема 2. Элементарная теория погрешностей.

Относительная и абсолютная погрешности. Понятие верного знака. Погрешность числа, заданного с верными знаками. Погрешности арифметических операций. Погрешность функции (прямая задача теории погрешностей). Обратная задача теории погрешностей.

Тема 3. Численные методы решения задач линейной алгебры.

Обусловленность и устойчивость систем. Классификация методов решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса, выбор главного элемента. Вычисление определителей, вычисление обратной матрицы. Метод прогонки. Метод простой итерации (Якоби). Оценка погрешности. Модификация Зейделя. Проблема собственных значений. Степенной метод. LU-разложение.

Тема 4. Численное решение нелинейных уравнений и систем.

Методы решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации, метод Ньютона. Условия сходимости итерационных процедур. Решение скалярных уравнений. Способы отделения корней. Метод половинного деления (дихотомии), пропорциональных частей (хорд), касательных (Ньютона), простой итерации, комбинированный метод. Геометрические иллюстрации методов. Метод решения нелинейных уравнений и систем путем сведения к оптимизационным задачам.

Тема 5. Численные методы минимизации (максимизации).

Методы поиска для функции одной переменной. Метод Фибоначчи, «золотого сечения». Метод квадратичной интерполяции. Методы безусловной минимизации выпуклых функций многих переменных. Градиентный метод и его модификации. Метод наискорейшего спуска. Покоординатный спуск. Поиск глобального минимума методом случайного поиска и локального спуска. Метод Нелдера-Мида.

Тема 6. Методы интерполяции и приближения функций.

Постановка задачи интерполирования. Узлы интерполирования. Интерполирующая функция. Единственность решения задачи интерполирования. Алгебраический интерполяционный многочлен: форма Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности. Интерполирование сплайнами. Аппроксимация методом наименьших квадратов. Равномерное, среднеквадратичное приближение. Метод ортогональных полиномов. Полиномы Чебышева.

Тема 7. Численное интегрирование и дифференцирование.

Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Погрешность методов. Принцип Рунге. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Разностные формулы численного дифференцирования. Вычисление производных с использованием интерполяционных многочленов. Оценки погрешностей. Применение квадратурных формул.

Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Постановка задачи численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Автоматический выбор шага. Многошаговые методы. Интегрирование систем уравнений. Экстраполяционная и интерполяционная формулы Адамса. Метод конечных разностей.

Тема 9. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Граничные и краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Классификация задач. Метод стрельбы. Методы конечных разностей. Проекционные методы. Методы коллокации и Галеркина. Погрешности методов. Метод конечных элементов.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Тема 1	Введение	2		1
Тема 2	Элементарная теория погрешностей	4		1
Тема 3	Численные методы решения задач линейной алгебры	4		1
Тема 4	Численное решение нелинейных уравнений и систем	4		1
Тема 5	Численные методы минимизации (максимизации)	4		1
Тема 6	Методы интерполяции и приближения функций	4		1
Тема 7	Численное интегрирование и дифференцирование	4		1
Тема 8	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	4		1
Тема 9	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	4		2
Итого:		34	-	10

4.4. Практические (семинарские) занятия

Практические работы по дисциплине не предусмотрены.

4.5. Лабораторные работы

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
1.	Метод Гаусса решения СЛАУ. Вычисление определителя. Вычисление обратной матрицы	2	-	1
2.	Решение СЛАУ методом Якоби. Частичная проблема собственных значений	2	-	1
3.	Решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона и методом простой итерации	2	-	1
4.	Графическая локализация корней и метод дихотомии. Метод пропорциональных частей. Метод касательных. Комбинированный метод. Нахождение минимума методом Фибоначчи. Метод «золотого сечения». Метод квадратичной интерполяции. Градиентный метод. Метод наискорейшего спуска	3	-	1
5.	Интерполяционный полином Лагранжа. Интерполяционный полином Ньютона и кубическим сплайном	2	-	1
6.	Аппроксимация методом наименьших квадратов. Приближение полиномами Чебышева. Интегрирование методом трапеций. Интегрирование методом Симпсона	2	-	1

7.	Численное дифференцирование. Решение задачи Коши ОДУ методом Эйлера. Решение задачи Коши ОДУ методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага	2	-	1
8.	Решение задачи Коши ОДУ методом Адамса. Решение краевой задачи ОДУ методом конечных разностей.	2	-	1
Итого:		17		8

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
1	Введение	Проработка материала лекций и учебников	6	-	10
2	Элементарная теория погрешностей	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	6	-	10
3	Численные методы решения задач линейной алгебры	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение индивидуального задания	6	-	10
4	Численное решение нелинейных уравнений и систем	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение индивидуального задания	6	-	10
5	Численные методы минимизации (максимизации)	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение индивидуального задания	6	-	10
6	Методы интерполяции и приближения функций	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение индивидуального задания	6	-	10
7	Численное интегрирование и дифференцирование	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение индивидуального задания	6	-	10
8	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение индивидуального задания	6	-	10
9	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение индивидуального задания	9	-	10
Итого:			57	-	90

4.7. Курсовые работы/проекты.

Курсовые работы/проекты учебным планом не предусмотрены

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;
- технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);
- технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;
- технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;
- технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);
- технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования;
- технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Балабко Л.В., Численные методы / Л.В. Балабко, А.В. Томилова - Архангельск : ИД САФУ, 2014. - 163 с. - ISBN 978-5-261-00962-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261009627.html> (дата обращения: 1.09.2019). - Режим доступа : по подписке.

2. Бахвалов Н.С., Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. - 243 с. - ISBN 978-5-99632980-9 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант

студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996329809.html> (дата обращения: 1.09.2019). - Режим доступа : по подписке.

3. Калиткин Н.Н. Численные методы: учеб. пос.- 2-е изд.-СПб:БХВПетербург, 2011.

4. Карманова Е.В., Численные методы : учеб. пособие / Е.В. Карманова. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2015. - 172 с. - ISBN 978-5-9765-2303-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html> (дата обращения: 1.09.2019). - Режим доступа : по подписке.

5. Турчак Л.И., Основы численных методов: Учебное пособие : Учебное пособие. / Турчак Л.И., Плотников П.В. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 304 с. - ISBN 5-9221-0153-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922101536.html> (дата обращения: 1.09.2019). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

1. Бахвалов Н. С. Численные методы [Текст] : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - М. : Наука, 1987. - 598 с.

2. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях: Учеб. пособие.- М.: Высш. шк., 2000.

3. Бахвалов Н.С., Численные методы. Решения задач и упражнения : учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, А.А. Корнев, Е.В. Чижонков - М. : Лаборатория знаний, 2016. - 355 с. (Классический университетский учебник) - ISBN 978-5-93208-205-8 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785932082058.html> (дата обращения: 1.09.2019). - Режим доступа : по подписке.

4. Вержбицкий В.М. Основы численных методов.- М.: Высшая школа, 2005.

5. Волков Е. А. Численные методы [Текст] : учеб. пособие / Е. А. Волков. - М. : Наука, 1982. - 256 с.

6. Копченова Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / Н. В. Копченова, И. А. Марон. - М. : Наука, 1972. - 367 с.

7. Краскевич В. Е. Численные методы в инженерных исследованиях [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Краскевич, К. Х. Зеленский, В. И. Гречко. - К. : Вища школа, 1986. - 264 с.

8. Мэтьюз Д.Г., Финк К.Д. Численные методы. Использование MATLAB. М.: СПб.; К.: Издат. дом "Вильямс", 2001.

9. Самарский А. А. Численные методы [Текст] : учеб. пособие / А. А. Самарский, А. В. Гулин. - М. : Наука, 1989. - 432 с.

10. Численные методы. Сборник задач [Текст] : учеб. пособие / под ред. У. Г. Пирумова. - М. : Дрофа, 2007. - 144 с.

г) интернет-ресурсы:

1. Министерство образования и науки Российской Федерации – <http://минобрнауки.рф>

2. Министерства природных ресурсов и экологии Российской Федерации – <http://www.mnr.gov.ru>

3. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru>

4. Министерство образования и науки Луганской Народной Республики – <https://minobr.su>

5. Министерство природных ресурсов и экологической безопасности ЛНР – <https://www.mprlnr.su>

6. Народный совет Луганской Народной Республики – <https://nslnr.su>

7. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

8. Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru>
9. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru>
10. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru>

Электронные библиотечные системы и ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>
2. Электронно-библиотечная система «StudMed.ru» – <https://www.studmed.ru>
3. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <http://elibrary.ru>
4. ЭБС Издательства «ЛАНЬ» – <https://e.lanbook.com>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

1. Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины «Численные методы» предполагает использование компьютерных классов, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Лабораторные занятия: компьютерный класс с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/
Пакет для математических расчётов	SMath Studio	https://ru.smath.com/
Программный пакет решений для работы с математическими моделями и графиками	GNU Octave	http://www.gnu.org/software/octave/
Интегрированная среда разработки для Python	Eclipse	https://www.eclipse.org/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине «Численные методы»

Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в результате освоения учебной дисциплины

№ п/п	Код контроли- руемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Тема 1. Тема 2. Тема 3. Тема 4. Тема 5. Тема 6. Тема 7. Тема 8. Тема 9.	3
2	ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения в области информационных систем и технологий	Тема 1. Тема 2. Тема 3. Тема 4. Тема 5. Тема 6. Тема 7. Тема 8. Тема 9.	3

Показатели и критерии оценивания компетенций, описание шкал оценивания

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1.	ОПК-1	Знать: основы высшей математики, физики, основы вычислительной техники и программирования Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением численных методов Владеть: навыками решения профессиональных задач с применением численных методов	Тема 1-9	индивидуальные задания; лабораторные работы; зачет
2	ОПК-6	Знать: основные языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий Уметь: применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для решения прикладных задач различных классов Владеть: навыками программирования, отладки и тестирования программно-технических комплексов задач	Тема 1-9	индивидуальные задания; лабораторные работы; зачет

Фонды оценочных средств по дисциплине «Численные методы»

Варианты индивидуальных заданий:

Индивидуальное задание №1

Дана функция

$$z = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij} x_i x_j, \quad a_{ij} = a_{ji}.$$

В таблице ниже приведены приближённые значения x_i , содержащие верные значащие цифры. Значения a_{ij} являются точными.

Необходимо:

1. определить абсолютные $\Delta(x_i)$ и относительные $\delta(x_i)$ погрешности исходных данных, указать диапазоны расположения их точных значений;
2. вычислить значение функции с учётом и без учета правила подсчёта значащих цифр, сравнить результаты;
3. определить абсолютную $\Delta(z)$ и относительную $\delta(z)$ погрешности функции, указать диапазон расположения её точного значения.

Исходные данные для расчёта

Вариант №	a_{11}	a_{12}	a_{22}	x_1	x_2
1	1	-0,1	3	-0,17	0,4973
2	2	-4	0,5	1,47	-0,34134
3	-2	1	-0,8	-1,01	0,49992
4	3	-0,9	7	4,97	-0,43576
5	6	1	0,8	-2,01	19,3412
6	2	3	-0,6	0,18	-1,396
7	1	-3	0,7	2,0	-0,9754
8	4	0,7	9	-0,62	1,93985
9	6	0,4	-7	0,39	-0,1697
10	3	-0,6	2	-3,6	0,48129
11	0,8	5	-1	-1,5	0,98817
12	8	0,3	-9	0,67	4,97117
13	0,4	-8	2	1,10	-3,2222
14	4	0,2	-3	0,4984	-0,18
15	0,9	5	7	-0,43143	1,56
16	-5	0,1	7	-0,49299	1,20
17	5	0,5	-4	0,45387	-7,49
18	0,9	4	-8	-1,93421	2,00
19	2	3	0,9	6,391	-0,81
20	0,5	-9	6	0,5749	-2,0
21	8	0,2	6	1,99358	-0,26
22	3	-0,3	8	1,69740	-0,93
23	-2	0,4	8	-4,8291	6,3
24	0,7	3	-5	9,1878	-5,1
25	4	0,8	9	7,94711	-7,6

Индивидуальное задание №2

На промежутке $[a, b]$ составить таблицу значений функции $y=f(x)$ в $(n+1)$ -ой равностоящих узловых точках. По этой таблице построить интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.

В обоих случаях определить приближённые значения функции в точке $x = \frac{a+b}{2}$ по формуле $f(x) \approx P_n(x)$. Оценить погрешность $R_n(x)$ полученных значений, сравнить её с “точной” погрешностью $\varepsilon(x) = f(x) - P_n(x)$.

В вариантах 1-12 считать $f(x) = \sin kx$ $[a, b] = \left[-\frac{\pi(14-k)}{2(13-k)}; \frac{\pi(13-k)}{14-k} \right]$, ,

в вариантах 13-25, - $f(x) = \cos(25-k)x$ $[a, b] = \left[-\frac{\pi k}{2(k-1)}; \frac{\pi(k-1)}{k} \right]$, ,

где k - номер варианта. Значение n задается преподавателем.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальное задание»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	Задание представлено на высоком уровне (студент правильно оформил текст, структура соответствует предложенному плану, полно осветил рассматриваемую проблематику, привел аргументы в пользу своих суждений, владеет профильным понятийным (категориальным) аппаратом, и т.п.)
4	Задание представлено на среднем уровне (студент правильно оформил текст, структура соответствует предложенному плану, в целом осветил рассматриваемую проблематику, привел аргументы в пользу своих суждений, допустив некоторые неточности, и т.п.)
3	Задание представлено на низком уровне (студент не оформил текст правильно, структура не соответствует предложенному плану, рассматриваемая проблематика освещена на низком уровне, не привел аргументы в пользу своих суждений, не владеет в достаточной степени профильным категориальным аппаратом и т.п.)
2	Задание представлено на неудовлетворительном уровне или не представлено (студент не готов, не выполнил задание и т.п.)

Типовые варианты лабораторных работ:

Задание к лабораторной работе №1.

Используя схему Гаусса, решить систему уравнений с точностью до 0,0001.

№1

$$\begin{cases} 3,21x_1 - 4,25x_2 + 2,13x_3 = 5,06 \\ 7,09x_1 + 1,17x_2 - 2,23x_3 = 4,75 \\ 0,43x_1 - 1,4x_2 - 0,62x_3 = -1,05 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 0,42x_1 - 1,13x_2 + 7,05x_3 = 6,15 \\ 1,14x_1 - 2,15x_2 + 5,11x_3 = -4,16 \\ -0,71x_1 + 0,81x_2 - 0,02x_3 = -0,17 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №2.

Вычислить определитель по схеме Гаусса с точностью до 0,0001.

№1

$$\begin{vmatrix} 1,00 & 0,42 & 0,54 & 0,66 \\ 0,42 & 1,00 & 0,32 & 0,44 \\ 0,54 & 0,32 & 1,00 & 0,22 \\ 0,66 & 0,44 & 0,22 & 1,00 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{vmatrix} 1,00 & 0,17 & -0,25 & 0,54 \\ 0,47 & 1,00 & 0,67 & -0,32 \\ -0,11 & 0,35 & 1,00 & -0,74 \\ 0,55 & 0,43 & 0,36 & 1,00 \end{vmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №3.

Найти обратную матрицу при помощи метода Жордана-Гаусса, расчеты вести с четырьмя знаками.

№1

$$1) \begin{pmatrix} 1,00 & 0,47 & -0,11 & 0,55 \\ 0,42 & 1,00 & 0,35 & 0,17 \\ -0,25 & 0,67 & 1,00 & 0,36 \\ 0,54 & -0,32 & -0,74 & 1,00 \end{pmatrix}$$

№2

$$\begin{pmatrix} 0,15 & 0,23 & 0,12 & 0,44 \\ -0,52 & 0,35 & 0,21 & -0,72 \\ 0,35 & 0,42 & 0,38 & -0,63 \\ 0,74 & -0,25 & 0,37 & 0,55 \end{pmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №4

Привести систему к виду, пригодному для итераций. Решить систему по методу Якоби с точностью $\varepsilon = 0,001$.

№1

$$\begin{cases} 2,7x_1 + 3,3x_2 + 1,3x_3 = 2,1 \\ 3,5x_1 - 1,7x_2 + 2,8x_3 = 1,7 \\ 4,1x_1 + 5,8x_2 - 1,7x_3 = 0,8 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 1,7x_1 + 2,8x_2 + 1,9x_3 = 0,7 \\ 2,1x_1 + 3,4x_2 + 1,8x_3 = 1,1 \\ 4,2x_1 - 1,7x_2 + 1,3x_3 = 2,8 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №5

Используя метод итераций, определить первое собственное число матрицы (наибольшее по модулю), после чего найти соответствующий собственный вектор, который

имеет первую норму равной 1.

$$\text{№ 1} \quad A = \begin{pmatrix} 2,1 & 1 & 1,1 \\ 1 & 2,6 & 1,1 \\ 1,1 & 1,1 & 3,1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 2} \quad A = \begin{pmatrix} 2,4 & 1 & 1,4 \\ 1 & 2,9 & 1,4 \\ 1,4 & 1,4 & 3,4 \end{pmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №6

Используя метод Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\text{№1} \quad \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2 \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0 \end{cases}$$

$$\text{№2} \quad \begin{cases} \sin(x + y) - 1,6x = 0 \\ x^2 + y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №7

Используя метод итераций, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\text{№1} \quad \begin{cases} \sin(x + 1) - y = 1,2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$$

$$\text{№2} \quad \begin{cases} \cos(x - 1) + y = 0,5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №8

- 1) Отделить корни аналитически.
- 2) Отделить корни аналитически и уточнить один из них методом дихотомии с точностью до 0,01.
- 3) Отделить корни графически.
- 4) Отделить корни графически и уточнить один из них методом дихотомии с точностью до 0,01.

$$\text{№1.} \quad 1) 2^x + 5x - 3 = 0$$

$$2) 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$$

$$3) 0,5^x + 1 = (x - 2)^2$$

$$4) (x - 3)\cos x = 1, -2\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$\text{№2.} \quad 1) \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3x^3} = 0$$

$$2) 2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$$

$$3) [\log_2(-x)] \cdot (x + 2) = -1$$

$$4) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 0,5x = 0$$

Задание к лабораторной работе №9

- 1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом хорд с точностью до 0,001.
- 2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом хорд с точностью до 0,001.

$$\text{№1.} \quad 1) x - \sin x = 0,25$$

$$2) x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$$

$$\text{№2.} \quad 1) \operatorname{tg}(0,58x + 0,1) = x^2$$

$$2) x^3 - 6x - 8 = 0$$

Задание к лабораторной работе №10

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом касательных с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом касательных с точностью до 0,001.

При выполнении работы №10 использовать уравнения работы №9.

Задание к лабораторной работе №11

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них комбинированным методом с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них комбинированным методом с точностью до 0,001.

При выполнении работы №11 использовать уравнения работы №9.

Задание к лабораторной работе №12

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом Фибоначчи.

№	$F(X) =$	Тип экстремума	Интервал локализации	Погрешность
1	$\text{ctg } 1.05x - x^2 = 0$	max	[4; 9]	0.02
2	$x^2 + \sin(x)$	min	[-1; 0]	0.005

Задание к лабораторной работе №13

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом «золотого сечения».

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №12.

Задание к лабораторной работе №14

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом квадратичной интерполяции.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №12.

Задание к лабораторной работе №15

Найти с заданной точностью минимум целевой функции градиентным методом.

№	Вид целевой функции $F(x_1, x_2)$	Начальная точка		Точность
		$x_1^{(0)}$	$x_2^{(0)}$	
1	$x_1^3 + 8x_2^3 - 6x_1x_2 + 1$	5	10	0.1
2	$e^{x_1/2}(x_1 + x_2^2)$	6	2	0.25
3	$x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 3x_1 - 6x_2$	-5	8	0.12

Задание к лабораторной работе №16

Найти с заданной точностью минимум целевой функции методом наискорейшего спуска.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №15.

Задание к лабораторной работе №17

Найти с заданной точностью минимум целевой функции методом Нелдера-Мида.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №15.

Задание к лабораторной работе №18

По заданной табличной функции построить интерполяционный полином Лагранжа.

Номер варианта	Исходные данные				
1	x	1,4	1,8	2,3	2,9
	f(x)	0,3365	0.5878	0.8329	1.0647
2	x	2,0	2,5	2,8	3,3
	f(x)	0,6931	0.9163	1.0296	1,1939

Задание к лабораторной работе №19

По заданной табличной функции построить интерполяционный полином Ньютона.
При выполнении работы использовать условие работы №18.

Задание к лабораторной работе №20

По заданной таблице значений функции построить кубический сплайн.
Вычислить его значение в указанной точке.

№1.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x = 3.2$
	Y	-1	3	4	2	0	
№2.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x = 2.7$
	Y	4	2	-1	6	3	

Задание к лабораторной работе №21

По заданной таблице значений функции построить аппроксимирующий полином по методу наименьших квадратов. Вычислить его значение в указанной точке.

При выполнении работы использовать условие работы № 20.

Задание к лабораторной работе №22

Рассчитать оптимальные узлы интерполяции по Чебышеву.

При выполнении работы использовать границы интервалов и число узлов из условия работы № 20.

Задание к лабораторной работе №23

С помощью квадратурной формулы трапеций вычислить определенный интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$1. \int_{\pi/3}^{\pi} \cos(x + \sin x^2) dx$$

$$2. \int_{-\pi/2}^0 \lg(2 - \cos 3x) dx$$

$$3. \int_{1,5}^3 x^4 2^{-x^2} dx$$

Задание к лабораторной работе №24

С помощью квадратурной формулы Симпсона вычислить определенный интеграл и, используя правило Рунге, оценить погрешность полученного результата. Шаг интегрирования h выбрать таким, чтобы погрешность вычисления интеграла не превосходила $\varepsilon = 10^{-5}$.

При выполнении работы использовать задание работы №23.

Задание к лабораторной работе №25

Используя выражение для первой и второй центральной разностной производной, вычислить их значения с оптимальным шагом. Точка, в которой рассчитывается значение производной, выбирается самостоятельно.

$$\text{№1. } y = \cos(x^2 + 1)$$

$$\text{№2. } y = \sin x / (\cos^2 x + 1)$$

Задание к лабораторной работе №26

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Эйлера.

$$\text{№1. } y' + \frac{2y^2 x}{x^2 + 1} = 0, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 5].$$

$$\text{№2. } y' = -yx + x, \quad y(0) = 2, \quad x \in [0, 5].$$

Задание к лабораторной работе №27

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Рунге-Кутты 4 порядка.

При выполнении работы использовать условие работы №26.

Задание к лабораторной работе №28

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Адамса.

При выполнении работы использовать условие работы №26.

Задание к лабораторной работе №29

Решить краевую задачу для ОДУ методом конечных разностей

$$1. \quad y'' + y' / x + 2y = x$$

$$\begin{cases} y(0.7) = 0.5 \\ 2y(1) + 3y'(1) = 1.2 \end{cases}.$$

$$2. \quad y'' - y' / x^2 + 2y = x + 1$$

$$\begin{cases} y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2 \\ y(1.2) = 1 \end{cases}.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «лабораторная работа»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	Задание представлено на высоком уровне (студент правильно оформил текст, структура соответствует предложенному плану, полно осветил рассматриваемую проблематику, привел аргументы в пользу своих суждений, владеет профильным понятийным (категориальным) аппаратом, и т.п.)
4	Задание представлено на среднем уровне (студент правильно оформил текст, структура соответствует предложенному плану, в целом осветил рассматриваемую проблематику, привел аргументы в пользу своих суждений, допустив некоторые неточности, и т.п.)
3	Задание представлено на низком уровне (студент не оформил текст правильно, структура не соответствует предложенному плану, рассматриваемая проблематика освещена на низком уровне, не привел аргументы в пользу своих суждений, не владеет в достаточной степени профильным категориальным аппаратом и т.п.)
2	Задание представлено на неудовлетворительном уровне или не представлено (студент не готов, не выполнил задание и т.п.)

Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)

Типовые задания к зачету

Итоговое задание № 1

1. Этапы решения задач на ЭВМ. Погрешности вычислений
2. Метод простой итерации решения СЛАУ
3. Используя метод Гаусса, найти матрицу, обратную заданной

$$A = \begin{bmatrix} 2,15 & -2,18 & 0,23 \\ -1,35 & 0,69 & 3,28 \\ 2,49 & -0,45 & 6,79 \end{bmatrix}$$

4. Используя метод Ньютона, найти минимум функции с $y = \frac{1}{2}x^2 - \sin x$ точностью $\varepsilon = 0,01$.

Примените метод Фибоначчи при наличии 10 вычислений функции для определения минимума функции $2x^2 + 3e^{-x}$ на интервале $[0;1]$

Итоговое задание № 2

1. Постановка задачи интерполяции функции
2. Квадратурная формула Симпсона
3. Вычислить значение в точке x , используя интерполяционный многочлен Лагранжа:

$$x^* = 0,72 \quad x_1 = 0,43; \quad x_2 = 0,48; \quad x_3 = 0,55; \quad x_4 = 0,62; \quad x_5 = 0,7;$$

$$y_1 = 1,63; \quad y_2 = 1,73; \quad y_3 = 1,87; \quad y_4 = 2,03; \quad y_5 = 2,22;$$

4. Вычислить интеграл по формуле Симпсона с точностью $\varepsilon = 0,01$:

$$\int_{0,6}^{1,4} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{2x + \sqrt{x^2 + 0,5}} dx$$

5. Решить дифференциальное уравнение методом Рунге-Кутты на отрезке $[0;1]$, $h = 0,1$, $\varepsilon = 0,01$: $y' = 1 + 0,2y \sin x - y^2$, $y(0) = 0$

Критерии и шкала оценивания к промежуточной аттестации «зачет»

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов
зачтено	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
не зачтено	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

9. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

При необходимости рабочая программа учебной дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК). В случае необходимости обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося), а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников, например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной (модулем), за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительность сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, – не более чем на 90 минут;
- продолжительность подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, – не более чем на 20 минут; – продолжительность выступления обучающегося при защите курсовой работы – не более чем на 15 минут.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений с указанием страниц	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.			
2.			
3.			
4.			