

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий

Кочевский А. А.

«19» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Численные методы»

09.03.04 Программная инженерия

«Разработка программно-информационных систем»

Разработчик:

доцент

Кочевский А.А.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой

Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Численные методы»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируем ой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-6	способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов	Тема 1. Введение. Предмет вычислительной математики. Тема 2. Элементарная теория погрешностей. Тема 3. Численные методы решения задач линейной алгебры. Тема 4. Численное решение нелинейных уравнений и систем. Тема 5. Численные методы минимизации (максимизации).	(5)
			Тема 6. Методы интерполяции и приближения функций. Тема 7. Численное интегрирование и дифференцирование. Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Тема 9. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.	(6)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1.	ОПК-6	знать: - терминологию, основные понятия и определения вычислительной математики; - основы теории погрешностей; - постановки задач решения систем линейных алгебраических уравнений, нелинейных уравнений и их систем, оптимизации функций, интерполирования, обработки экспериментальных данных, численного дифференцирования, численного интегрирования функций и дифференциальных уравнений; - численные методы решения указанных задач; - оценки сходимости численных методов и точности получаемого результата; уметь: - правильно выбирать численный метод для решения конкретной задачи; - осуществлять оценку точности численного метода; - применять на практике компьютерные средства численного решения практических задач; владеть: - навыками решения практических задач с использованием численных методов.	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4, Тема 5, Тема 6, Тема 7, Тема 8, Тема 9	индивидуальные задания; лабораторные работы; экзамен

Фонды оценочных средств по дисциплине «Численные методы»

Варианты индивидуальных заданий:

Типовые варианты индивидуальных заданий

Семестр 5.

Индивидуальное задание №1

Дана функция

$$z = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij} x_i x_j, \quad a_{ij} = a_{ji}.$$

В таблице ниже приведены приближённые значения x_i , содержащие верные значащие цифры. Значения a_{ij} являются точными.

Необходимо:

1. определить абсолютные $\Delta(x_i)$ и относительные $\delta(x_i)$ погрешности исходных данных, указать диапазоны расположения их точных значений;
2. вычислить значение функции с учётом и без учета правила подсчёта значащих цифр, сравнить результаты;
3. определить абсолютную $\Delta(z)$ и относительную $\delta(z)$ погрешности функции, указать диапазон расположения её точного значения.

Исходные данные для расчёта

Вариант №	a_{11}	a_{12}	a_{22}	x_1	x_2
1	1	-0,1	3	-0,17	0,4973
2	2	-4	0,5	1,47	-0,34134
3	-2	1	-0,8	-1,01	0,49992
4	3	-0,9	7	4,97	-0,43576
5	6	1	0,8	-2,01	19,3412
6	2	3	-0,6	0,18	-1,396
7	1	-3	0,7	2,0	-0,9754
8	4	0,7	9	-0,62	1,93985
9	6	0,4	-7	0,39	-0,1697
10	3	-0,6	2	-3,6	0,48129
11	0,8	5	-1	-1,5	0,98817
12	8	0,3	-9	0,67	4,97117
13	0,4	-8	2	1,10	-3,2222
14	4	0,2	-3	0,4984	-0,18
15	0,9	5	7	-0,43143	1,56
16	-5	0,1	7	-0,49299	1,20

17	5	0,5	-4	0,45387	-7,49
18	0,9	4	-8	-1,93421	2,00
19	2	3	0,9	6,391	-0,81
20	0,5	-9	6	0,5749	-2,0
21	8	0,2	6	1,99358	-0,26
22	3	-0,3	8	1,69740	-0,93
23	-2	0,4	8	-4,8291	6,3
24	0,7	3	-5	9,1878	-5,1
25	4	0,8	9	7,94711	-7,6

Семестр 6.

Индивидуальное задание №2

На промежутке $[a, b]$ составить таблицу значений функции $y=f(x)$ в $(n+1)$ -ой равностоящих узловых точках. По этой таблице построить интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. В обоих случаях определить приближённые значения функции в точке $x = \frac{a+b}{2}$ по формуле $f(x) \approx P_n(x)$. Оценить погрешность $R_n(x)$ полученных значений, сравнить её с “точной” погрешностью $\varepsilon(x) = f(x) - P_n(x)$.

В вариантах 1-12 считать $f(x) = \sin kx$, $[a, b] = \left[-\frac{\pi(14-k)}{2(13-k)}; \frac{\pi(13-k)}{14-k} \right]$,

в вариантах 13-25, - $f(x) = \cos(25-k)x$, $[a, b] = \left[-\frac{\pi k}{2(k-1)}; \frac{\pi(k-1)}{k} \right]$,

где k - номер варианта. Значение n задается преподавателем.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	В задании указанным способом определен верный ответ с заданной точностью
Не зачтено	Задание не выполнено полностью или ответ не верный (в т.ч. точность не достаточна)

Типовые варианты лабораторных работ:

Семестр 5

Задание к лабораторной работе №1.

Используя схему Гаусса, решить систему уравнений с точностью до 0,0001.

№1

$$\begin{cases} 3,21x_1 - 4,25x_2 + 2,13x_3 = 5,06 \\ 7,09x_1 + 1,17x_2 - 2,23x_3 = 4,75 \\ 0,43x_1 - 1,4x_2 - 0,62x_3 = -1,05 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 0,42x_1 - 1,13x_2 + 7,05x_3 = 6,15 \\ 1,14x_1 - 2,15x_2 + 5,11x_3 = -4,16 \\ -0,71x_1 + 0,81x_2 - 0,02x_3 = -0,17 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №2.

Вычислить определитель по схеме Гаусса с точностью до 0,0001.

№1

$$\begin{vmatrix} 1,00 & 0,42 & 0,54 & 0,66 \\ 0,42 & 1,00 & 0,32 & 0,44 \\ 0,54 & 0,32 & 1,00 & 0,22 \\ 0,66 & 0,44 & 0,22 & 1,00 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{vmatrix} 1,00 & 0,17 & -0,25 & 0,54 \\ 0,47 & 1,00 & 0,67 & -0,32 \\ -0,11 & 0,35 & 1,00 & -0,74 \\ 0,55 & 0,43 & 0,36 & 1,00 \end{vmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №3.

Найти обратную матрицу при помощи метода Жордана-Гаусса, расчеты вести с четырьмя знаками.

№1

$$1) \begin{pmatrix} 1,00 & 0,47 & -0,11 & 0,55 \\ 0,42 & 1,00 & 0,35 & 0,17 \\ -0,25 & 0,67 & 1,00 & 0,36 \\ 0,54 & -0,32 & -0,74 & 1,00 \end{pmatrix}$$

№2

$$\begin{pmatrix} 0,15 & 0,23 & 0,12 & 0,44 \\ -0,52 & 0,35 & 0,21 & -0,72 \\ 0,35 & 0,42 & 0,38 & -0,63 \\ 0,74 & -0,25 & 0,37 & 0,55 \end{pmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №4

Привести систему к виду, пригодному для итераций. Решить систему по методу Якоби с точностью $\varepsilon = 0,001$.

№1

$$\begin{cases} 2,7x_1 + 3,3x_2 + 1,3x_3 = 2,1 \\ 3,5x_1 - 1,7x_2 + 2,8x_3 = 1,7 \\ 4,1x_1 + 5,8x_2 - 1,7x_3 = 0,8 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 1,7x_1 + 2,8x_2 + 1,9x_3 = 0,7 \\ 2,1x_1 + 3,4x_2 + 1,8x_3 = 1,1 \\ 4,2x_1 - 1,7x_2 + 1,3x_3 = 2,8 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №5

Используя метод итераций, определить первое собственное число матрицы (наибольшее по модулю), после чего найти соответствующий собственный вектор, который имеет первую норму равной 1.

$$\text{№ 1} \quad A = \begin{pmatrix} 2,1 & 1 & 1,1 \\ 1 & 2,6 & 1,1 \\ 1,1 & 1,1 & 3,1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 2} \quad A = \begin{pmatrix} 2,4 & 1 & 1,4 \\ 1 & 2,9 & 1,4 \\ 1,4 & 1,4 & 3,4 \end{pmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №6

Используя метод Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\text{№1} \quad \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2 \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0 \end{cases}$$

$$\text{№2} \quad \begin{cases} \sin(x + y) - 1,6x = 0 \\ x^2 + y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №7

Используя метод итераций, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\text{№1} \quad \begin{cases} \sin(x + 1) - y = 1,2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$$

$$\text{№2} \quad \begin{cases} \cos(x - 1) + y = 0,5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №8

- 1) Отделить корни аналитически.
- 2) Отделить корни аналитически и уточнить один из них методом дихотомии с точностью до 0,01.
- 3) Отделить корни графически.
- 4) Отделить корни графически и уточнить один из них методом дихотомии с точностью до 0,01.

$$\begin{aligned} \text{№1.} \quad & 1) 2^x + 5x - 3 = 0 \\ & 2) 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0 \\ & 3) 0,5^x + 1 = (x - 2)^2 \\ & 4) (x - 3)\cos x = 1, -2\pi \leq x \leq 2\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№2.} \quad & 1) \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3x^3} = 0 \\ & 2) 2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0 \\ & 3) [\log_2(-x)] \cdot (x + 2) = -1 \\ & 4) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 0,5x = 0 \end{aligned}$$

Задание к лабораторной работе №9

- 1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом хорд с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом хорд с точностью до 0,001.

№1. 1) $x - \sin x = 0,25$

2) $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$

№2. 1) $\operatorname{tg}(0,58x + 0,1) = x^2$

2) $x^3 - 6x - 8 = 0$

Задание к лабораторной работе №10

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом касательных с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом касательных с точностью до 0,001.

При выполнении работы №10 использовать уравнения работы №9.

Задание к лабораторной работе №11

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них комбинированным методом с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них комбинированным методом с точностью до 0,001.

При выполнении работы №11 использовать уравнения работы №9.

Задание к лабораторной работе №12

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом Фибоначчи.

№	$F(X) =$	Тип экстремума	Интервал локализации	Погрешность
1	$\operatorname{ctg} 1.05x - x^2 = 0$	max	[4; 9]	0.02
2	$x^2 + \sin(x)$	min	[-1; 0]	0.005

Задание к лабораторной работе №13

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом «золотого сечения».

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №12

Задание к лабораторной работе №14

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом квадратичной интерполяции.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №12

Задание к лабораторной работе №15

Найти с заданной точностью минимум целевой функции градиентным методом.

№	Вид целевой функции $F(x_1, x_2)$	Начальная точка		Точность
		$x_1^{(0)}$	$x_2^{(0)}$	
1	$x_1^3 + 8x_2^3 - 6x_1x_2 + 1$	5	10	0.1
2	$e^{x_1/2}(x_1 + x_2^2)$	6	2	0.25
3	$x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 3x_1 - 6x_2$	-5	8	0.12

Задание к лабораторной работе №16

Найти с заданной точностью минимум целевой функции методом наискорейшего спуска.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №15

Задание к лабораторной работе №17

Найти с заданной точностью минимум целевой функции методом Нелдера-Мида.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №15

Задание к лабораторной работе №18

По заданной табличной функции построить интерполяционный полином Лагранжа

Номер варианта	Исходные данные				
	x				
1	x	1,4	1,8	2,3	2,9
	f(x)	0,3365	0.5878	0.8329	1.0647
2	x	2,0	2,5	2,8	3,3
	f(x)	0,6931	0.9163	1.0296	1,1939

Задание к лабораторной работе №19

По заданной табличной функции построить интерполяционный полином Ньютона. При выполнении работы использовать условие работы №18.

Задание к лабораторной работе №20

По заданной таблице значений функции построить кубический сплайн. Вычислить его значение в указанной точке.

№1.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x = 3.2$
	Y	-1	3	4	2	0	
№2.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x = 2.7$
	Y	4	2	-1	6	3	

Задание к лабораторной работе №21

По заданной таблице значений функции построить аппроксимирующий полином по методу наименьших квадратов. Вычислить его значение в указанной точке.

При выполнении работы использовать условие работы № 20.

Задание к лабораторной работе №22

Рассчитать оптимальные узлы интерполяции по Чебышеву.

При выполнении работы использовать границы интервалов и число узлов из условия работы № 20.

Задание к лабораторной работе №23

С помощью квадратурной формулы трапеций вычислить определенный интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

1. $\int_{\pi/3}^{\pi} \cos(x + \sin x^2) dx$

2. $\int_{-\pi/2}^0 \lg(2 - \cos 3x) dx$

3. $\int_{1,5}^3 x^4 2^{-x^2} dx$

Задание к лабораторной работе №24

С помощью квадратурной формулы Симпсона вычислить определенный интеграл и, используя правило Рунге, оценить погрешность полученного результата. Шаг интегрирования h выбрать таким, чтобы погрешность вычисления интеграла не превосходила $\varepsilon = 10^{-5}$.

При выполнении работы использовать задание работы №23.

Задание к лабораторной работе №25

Используя выражение для первой и второй центральной разностной производной, вычислить их значения с оптимальным шагом. Точка, в которой рассчитывается значение производной, выбирается самостоятельно.

№1. $y = \cos(x^2 + 1)$

№2. $y = \sin x / (\cos^2 x + 1)$

Задание к лабораторной работе №26

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Эйлера.

№1. $y' + \frac{2y^2 x}{x^2 + 1} = 0, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 5].$

№2. $y' = -yx + x, \quad y(0) = 2, \quad x \in [0, 5].$

Задание к лабораторной работе №27

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Рунге-Кутты 4 порядка.

При выполнении работы использовать условие работы №26.

Задание к лабораторной работе №28

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Адамса.

При выполнении работы использовать условие работы №26.

Задание к лабораторной работе №29

Решить краевую задачу для ОДУ методом конечных разностей

1. $y'' + y' / x + 2y = x$

$$\begin{cases} y(0.7) = 0.5 \\ 2y(1) + 3y'(1) = 1.2 \end{cases}.$$

2. $y'' - y' / x^2 + 2y = x + 1$

$$\begin{cases} y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2 \\ y(1.2) = 1 \end{cases}.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «лабораторные работы»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	В результате реализации алгоритма и проведения расчетов на ЭВМ вычислен верный ответ с заданной точностью
Не зачтено	Работа отсутствует либо ответ не верный (в т.ч. случай, когда точность не достаточна)

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовые экзаменационные билеты

Семестр 5.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Этапы решения задач на ЭВМ. Погрешности вычислений
2. Метод простой итерации решения СЛАУ
3. Используя метод Гаусса, найти матрицу, обратную заданной

$$A = \begin{bmatrix} 2,15 & -2,18 & 0,23 \\ -1,35 & 0,69 & 3,28 \\ 2,49 & -0,45 & 6,79 \end{bmatrix}$$

4. Используя метод Ньютона, найти минимум функции $y = \frac{1}{2}x^2 - \sin x$ с точностью $\varepsilon = 0,01$

Примените метод Фибоначчи при наличии 10 вычислений функции для определения минимума функции $2x^2 + 3e^{-x}$ на интервале $(0; 1)$

Семестр 6.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Постановка задачи интерполяции функции
2. Квадратурная формула Симпсона
3. Вычислить значение в точке x^* , используя интерполяционный многочлен Лагранжа:

$$x^* = 0,72 \quad x_1 = 0,43; \quad x_2 = 0,48; \quad x_3 = 0,55; \quad x_4 = 0,62; \quad x_5 = 0,7; \\ y_1 = 1,63; \quad y_2 = 1,73; \quad y_3 = 1,87; \quad y_4 = 2,03; \quad y_5 = 2,22;$$

4. Вычислить интеграл по формуле Симпсона с точностью $\varepsilon = 0,01$:

$$\int_{0,6}^{1,4} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{2x + \sqrt{x^2 + 0,5}} dx$$

5. Решить дифференциальное уравнение методом Рунге-Кутты на отрезке $[0; 1]$, $h = 0,1$, $\varepsilon = 0,01$: $y' = 1 + 0,2y \sin x - y^2$, $y(0) = 0$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Численные методы» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включённые в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета компьютерных
систем и информационных
технологий



Ветрова Н. Н.