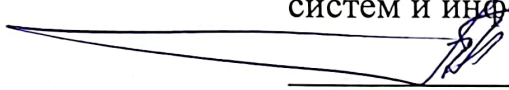


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий

 Кочевский А. А.

« 19 » 04 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Уравнения математической физики»

по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое
моделирование

профиль подготовки «Механика деформируемых тел и сред»

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Уравнения математической физики» по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование. – 13 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Уравнения математической физики» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 10 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018 года за № 49933, учебного плана по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, (профиль «Механика деформируемых тел и сред») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

СОСТАВИТЕЛЬ

канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики Щёлоков В. С.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой прикладной математики _____ Малый В. В.

Переутверждена: «___» _____ 20__ г., протокол № _____

Согласована:

Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Кочевский А. А.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Ветрова Н. Н.

© Щёлоков В. С., 2023 год

© ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2023 год

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – овладение студентами методами решения задач, сводящихся к интегро-дифференциальным уравнениям, дифференциальным уравнениям и к системам дифференциальных уравнений в частных производных, развитие у студентов прикладных навыков в контексте комплексного синергетического подхода в рамках основной образовательной программы.

Задачи: развитие логического и абстрактного мышления студентов; овладение студентами методами исследования и решения задач математической физики; выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Уравнения математической физики» входит в блок дисциплин обязательной части учебного плана.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: «Функциональный анализ», «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» и служит основой для освоения дисциплин: «Краевые задачи и вариационное исчисление».

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Уравнения математической физики», должны

знать:

- основные математические модели, описывающие физические явления, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных;
- постановки основных типов задач математической физики;
- свойства решений и методов нахождения решений основных задач математической физики

уметь:

- правильно выбрать математическую модель для изучаемого физического явления;
- правильно ставить соответствующие задачи;
- находить решения некоторых основных типов задач;
- анализировать полученные решения.

владеть навыками: решения и демонстрации проведенного решения предлагаемой проблемы или задачи.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и

требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

обще профессиональных:

ОПК-1 способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности

ОПК-2 способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	216 (6 з.е.)	216 (6 з.е.)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	112	48	-
Лекции	56	24	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	56	24	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Индивидуальное задание	-	-	-
Самостоятельная работа студента (всего)	104	168	-
Форма аттестации	зачет, экзамен	зачет, экзамен	-

4.2. Содержание разделов дисциплины

Семестр 5

Тема 1. Задачи математической физики.

1.1. Общие сведения об уравнениях математической физики. Построение математических моделей физических задач и нахождение их приближенных решений. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.

1.2. Основные уравнения математической физики – волновое уравнение, уравнение Лапласа, уравнение теплопроводности и другие физические задачи, приводящие к этим уравнениям. Постановка задач математической физики.

1.3. Классификация уравнений в частных производных второго порядка, приведение к каноническому виду.

Тема 2 Уравнения гиперболического типа.

2.1. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Постановка задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Общее решение уравнения, бегущие волны. Формула Даламбера, распространение волн. Корректность задачи Коши для уравнения колебаний струны. Отражение волн в случае полубесконечной струны. Задача Коши для неоднородного уравнения колебания струны. Понятие об обобщенном решении.

2.2. Краевая задача для одномерного волнового уравнения. Постановка краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Метод Фурье разделения переменных. Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции. Вещественность собственных значений, ортогональность собственных функций. Ряд Фурье по собственным функциям. Стоячие волны. Функция источника (функция Грина) и ее свойства. Сходимость ряда по собственным функциям к решению краевой задачи. Интеграл энергии, единственность решения краевой задачи. Краевая задача для неоднородного уравнения.

2.3. Задача на характеристиках (задача Гурса). Постановка задачи на характеристиках для общего гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными. Сведение задачи Гурса к системе интегральных уравнений. Существование и единственность решения задачи Гурса.

2.4. Метод Римана. Постановка задачи Коши для общего гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными. Вывод формулы Римана, существование и единственность функции Римана. Симметрия функции Римана. Существование и единственность решения задачи Коши. Задача Коши для телеграфного уравнения.

2.5. Задача Коши и краевые задачи для волнового уравнения. Постановка задачи Коши для трехмерного волнового уравнения. Вывод формулы Кирхгоффа. Распространение волн в пространстве, принцип Гюйгенса. Существование решения задачи Коши. Метод спуска Адамара. Формула Пуассона для двумерного волнового уравнения, цилиндрические волны. Постановка краевых задач для многомерного уравнения. Метод разделения переменных для многомерных задач.

Тема 3. Уравнения параболического типа.

3.1. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Постановка задачи Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума и минимума для решений уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши. Интеграл Пуассона.

3.2. Краевая задача для уравнения теплопроводности. Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Решение краевой задачи методом разделения переменных.

Семестр 6

Тема 4. Уравнения эллиптического типа

4.1. Уравнение Лапласа в криволинейной системе координат. Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного. Гармонические функции и их свойства. Уравнение Лапласа,

гармонические функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Свойства гармонических функций. Основная интегральная формула для гармонических функций. Теорема о среднем. Принцип максимума и минимума для гармонических функций. Тождество Дирихле.

4.2. Основные задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Уравнения Лапласа и Пуассона. Задачи Дирихле и Неймана для ограниченной области. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. О единственности решения задачи Неймана. Теорема об устранимой особенности. Преобразование Кельвина. Поведение гармонической функции на бесконечности. Задачи Дирихле и Неймана для неограниченных областей. Единственность решения внешних задач Дирихле и Неймана. Сведение внешних задач к внутренним.

4.3. Метод функции Грина решения задач Дирихле и Неймана. Построение функции Грина, ее свойства. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для шара. Формула Пуассона.

4.4. Задачи Дирихле и Неймана в двумерном случае. Сведение задачи Неймана к задаче Дирихле. Метод разделения переменных. Решение задачи Дирихле для круга.

4.5. Существование решения задачи Дирихле. Неравенство Гарнака. Теоремы Гарнака о последовательностях гармонических функций. Супергармонические и субгармонические функции, их свойства. Верхние и нижние функции, их свойства. Существование решения задачи Дирихле. Регулярные точки. Достаточные условия регулярности точки. Барьеры, достаточные условия существования барьеров.

4.6. Теория потенциала. Потенциалы простого и двойного слоя, их свойства. Разрыв потенциала двойного слоя и нормальной производной потенциала простого слоя. Решение краевых задач Дирихле и Неймана методом интегральных уравнений. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода, исследование полученных интегральных уравнений.

4.7. Потенциал объемных масс, его свойства. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Потенциал объемных масс – решение уравнения Пуассона.

Тема 5. Уравнения смешанного типа.

5.1. Теорема Коши-Ковалевской. Задача Коши для нормальных систем уравнений в частных производных. Теорема Коши-Ковалевской. Мажорантный метод, существование и единственность решения задачи Коши.

5.2. Уравнения смешанного типа. Задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.

Тема 6. Специальные функции.

6.1. Общее уравнение теории специальных функций. Постановка краевых задач.

6.2. Цилиндрические функции. Краевые задачи для уравнения Бесселя. Различные типы цилиндрических функций.

6.3. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Некоторые примеры применения сферических функций.

6.4. Полиномы Чебышева-Эрмита и Чебышева-Лагерра. Дифференциальные и рекуррентные формулы.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 5		28		-
Тема 1.	Задачи математической физики	8	4	-
Тема 2.	Уравнения гиперболического типа	10	4	-
Тема 3.	Уравнения параболического типа	10	4	-
Семестр 6		28		
Тема 4.	Уравнения эллиптического типа	10	4	-
Тема 5.	Уравнения смешанного типа	10	4	-
Тема 6.	Специальные функции	8	4	-
Итого:		56	24	-

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 5		28		-
Тема 1.	Задачи математической физики	8	4	-
Тема 2.	Уравнения гиперболического типа	10	4	-
Тема 3.	Уравнения параболического типа	10	4	-
Семестр 6		28		
Тема 4.	Уравнения эллиптического типа	10	4	-
Тема 5.	Уравнения смешанного типа	10	4	-
Тема 6.	Специальные функции	8	4	-
Итого:		56	24	-

4.5. Лабораторные работы

Не предусмотрены.

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов
-------	---------------	---------	-------------

			Очная форма	Очно- заочная форма	Заочная форма
Семестр 5					-
Тема 1.	Задачи математической физики	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	16	24	-
Тема 2.	Уравнения гиперболического типа	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	20	24	-
Тема 3.	Уравнения параболического типа	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	16	24	-
Семестр 6					
Тема 4.	Уравнения эллиптического типа	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания; подготовка к экзамену	16	32	-
Тема 5.	Уравнения смешанного типа	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания; подготовка к экзамену	16	32	-
Тема 6.	Специальные функции	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания; подготовка к экзамену	20	32	-
Итого:			104	168132	-

4.7. Курсовые работы/проекты

Не предусмотрены.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

- технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

- технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

- технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и

которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

– технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

– технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

– технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

- фронтальные и индивидуальные опросы;
- контрольные работы;
- домашние задания.

Фонды оценочных средств, включающие типовые индивидуальные задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме:

письменного экзамена, включающего теоретические вопросы и практические задания. В случае неполного, спорного или некорректного выполнения задания письменного экзамена, допускается уточняющий устный опрос студента, на основании которого возможна корректировка оценки результатов промежуточной аттестации. Допуск к промежуточной аттестации производится на основании положительных результатов по всем формам текущего контроля;

зачета (предполагает выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины).

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов	
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	зачтено
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

Алексеев А.Д., Уравнения с частными производными в примерах и задачах : учебное пособие / Алексеев А.Д., Кудряшов С.Н., Радченко Т.Н. - Ростов н/Д : Изд-во ЮФУ, 2009. - 80 с. - ISBN 978-5-9275-0609-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927506095.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Владимиров В.С., Уравнения математической физики : Учеб. для вузов. / Владимир В.С., Жаринов В.В. - 2-е изд., стереотип. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0310-7 - Текст : электронный // ЭБС

"Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103107.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Ильин А.М., Уравнения математической физики / Ильин А.М. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1036-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110365.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Сухинов А.И., Курс лекций по уравнениям математической физики с примерами и задачами : учеб. пособие / Сухинов А.И., Зуев В.Н., Семенистый В.В. - Ростов н/Д : Изд-во ЮФУ, 2009. - 307 с. - ISBN 978-5-9275-0669-9 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927506699.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

Будак Б. М. Сборник задач по математической физике [Текст] : учеб. пособие / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. - 3-е изд., стер. - М. : Наука, 1980. - 688 с.

Джеффрис Г. Методы математической физики. Вып. 2 [Текст] : пер. с англ. / Г. Джеффрис, Б. Свирлс ; под ред. В. Н. Жаркова. - М. : Мир, 1970. - 352 с.

Кошляков Н. С. Основные дифференциальные уравнения математической физики [Текст] / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов ; под общ. рук. Н. С. Кошлякова. - М. : Физмат, 1962. - 767 с.

Крупин В.Г., Высшая математика. Уравнения математической физики. Сборник задач с решениями : учебное пособие / Крупин В.Г. - М. : Издательский дом МЭИ, 2017. - ISBN 978-5-383-01212-3 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012123.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Михлин С. Г. Курс математической физики [Текст] / С. Г. Михлин. - М. : Наука, 1968. - 576 с.

Свешников А. Г. Лекции по математической физике [Текст] : учеб. пособие / А. Г. Свешников, А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004. - 415 с.

Тихонов А. Н. Уравнения математической физики [Текст] : учеб. пособие / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Наука, 1966. - 724с.

Трев Ж. Лекции по линейным уравнениям в частных производных с постоянными коэффициентами [Текст] / Ж. Трев ; пер. с англ. В. В. Грушина, Б. П. Панеяха ; под ред. Е. А. Горина. - М. : Мир, 1965. - 296 с.

в) методические указания:

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине "Уравнения математической физики" для студентов направления подготовки

“01.03.02. Прикладная математика и информатика” (занятие 1-6) / Сост. В.С. Щелоков. - Луганск: Изд-во Луганского нац. ун-та, 2017. – 50 с.

Таращанский М. Т. Ортогональные системы и специальные функции математической физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М. Т. Таращанский, В. С. Щелоков. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 204 с.

Учебно-методический комплекс дистанционного курса дисциплины «Уравнения математической физики» [Электронный ресурс] : для студентов направления подготовки «Прикладная математика» / сост. В.С. Щолоков. - Луганск : ВНУ им. В. Даля, 2014.

г) Интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/

		https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Уравнения математической физики»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Тема 1. Задачи математической физики. Тема 2. Уравнения гиперболического типа. Тема 3. Уравнения параболического типа. Тема 4. Уравнения эллиптического типа Тема 5. Уравнения смешанного типа Тема 6. Специальные функции	основной (5-6)
2	ОПК-2	способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности	Тема 1. Задачи математической физики. Тема 2. Уравнения гиперболического типа. Тема 3. Уравнения параболического типа. Тема 4. Уравнения эллиптического типа Тема 5. Уравнения смешанного типа Тема 6. Специальные функции	основной (5-6)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1 ОПК-2	Знать: основные математические модели, описывающие физические явления,	Тема 1. Задачи математической физики. Тема 2.	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные

		приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных; постановки основных типов задач математической физики; свойства решений и методов нахождения решений основных задач математической физики уметь: правильно выбрать математическую модель для изучаемого физического явления; правильно ставить соответствующие задачи; находить решения некоторых основных типов задач; анализировать полученные решения. владеть: навыками решения и иллюстрации проведенного решения предлагаемой проблемы или задачи.	Уравнения гиперболического типа. Тема 3. Уравнения параболического типа. Тема 4. Уравнения эллиптического типа. Тема 5. Уравнения смешанного типа. Тема 6. Специальные функции	работы; домашние задания, промежуточная аттестация (зачет, экзамен)
--	--	--	--	---

Фонды оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Семестр 5

Тема 1. Задачи математической физики.

Общие сведения об уравнениях математической физики. Построение математических моделей физических задач и нахождение их приближенных решений. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.

Основные уравнения математической физики – волновое уравнение, уравнение Лапласа, уравнение теплопроводности и другие физические задачи, приводящие к этим уравнениям. Постановка задач математической физики.

Классификация уравнений в частных производных второго порядка, приведение к каноническому виду.

Тема 2 Уравнения гиперболического типа.

Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Постановка задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Общее решение уравнения,

бегущие волны. Формула Даламбера, распространение волн. Корректность задачи Коши для уравнения колебаний струны. Отражение волн в случае полубесконечной струны. Задача Коши для неоднородного уравнения колебания струны. Понятие об обобщенном решении.

Краевая задача для одномерного волнового уравнения. Постановка краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Метод Фурье разделения переменных. Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции. Вещественность собственных значений, ортогональность собственных функций. Ряд Фурье по собственным функциям. Стоячие волны. Функция источника (функция Грина) и ее свойства. Сходимость ряда по собственным функциям к решению краевой задачи. Интеграл энергии, единственность решения краевой задачи. Краевая задача для неоднородного уравнения.

Задача на характеристиках (задача Гурса). Постановка задачи на характеристиках для общего гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными. Сведение задачи Гурса к системе интегральных уравнений. Существование и единственность решения задачи Гурса.

Метод Римана. Постановка задачи Коши для общего гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными. Вывод формулы Римана, существование и единственность функции Римана. Симметрия функции Римана. Существование и единственность решения задачи Коши. Задача Коши для телеграфного уравнения.

Задача Коши и краевые задачи для волнового уравнения. Постановка задачи Коши для трехмерного волнового уравнения. Вывод формулы Кирхгоффа. Распространение волн в пространстве, принцип Гюйгенса. Существование решения задачи Коши. Метод спуска Адамара. Формула Пуассона для двумерного волнового уравнения, цилиндрические волны. Постановка краевых задач для многомерного уравнения. Метод разделения переменных для многомерных задач.

Тема 3. Уравнения параболического типа.

Задача Коши для уравнения теплопроводности. Постановка задачи Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума и минимума для решений уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши. Интеграл Пуассона.

Краевая задача для уравнения теплопроводности. Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Решение краевой задачи методом разделения переменных.

Семестр 6

Тема 4. Уравнения эллиптического типа

Уравнение Лапласа в криволинейной системе координат. Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного. Гармонические функции и их свойства. Уравнение Лапласа, гармонические функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Свойства

гармонических функций. Основная интегральная формула для гармонических функций. Теорема о среднем. Принцип максимума и минимума для гармонических функций. Тожество Дирихле.

Основные задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Уравнения Лапласа и Пуассона. Задачи Дирихле и Неймана для ограниченной области. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. О единственности решения задачи Неймана. Теорема об устранимой особенности. Преобразование Кельвина. Поведение гармонической функции на бесконечности. Задачи Дирихле и Неймана для неограниченных областей. Единственность решения внешних задач Дирихле и Неймана. Сведение внешних задач к внутренним.

Метод функции Грина решения задач Дирихле и Неймана. Построение функции Грина, ее свойства. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для шара. Формула Пуассона.

Задачи Дирихле и Неймана в двумерном случае. Сведение задачи Неймана к задаче Дирихле. Метод разделения переменных. Решение задачи Дирихле для круга.

Существование решения задачи Дирихле. Неравенство Гарнака. Теоремы Гарнака о последовательностях гармонических функций. Супергармонические и субгармонические функции, их свойства. Верхние и нижние функции, их свойства. Существование решения задачи Дирихле. Регулярные точки. Достаточные условия регулярности точки. Барьеры, достаточные условия существования барьеров.

Теория потенциала. Потенциалы простого и двойного слоя, их свойства. Разрыв потенциала двойного слоя и нормальной производной потенциала простого слоя. Решение краевых задач Дирихле и Неймана методом интегральных уравнений. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода, исследование полученных интегральных уравнений.

Потенциал объемных масс, его свойства. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Потенциал объемных масс – решение уравнения Пуассона.

Тема 5. Уравнения смешанного типа.

Теорема Коши-Ковалевской. Задача Коши для нормальных систем уравнений в частных производных. Теорема Коши-Ковалевской. Мажорантный метод, существование и единственность решения задачи Коши.

Уравнения смешанного типа. Задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.

Тема 6. Специальные функции.

Общее уравнение теории специальных функций. Постановка краевых задач.

Цилиндрические функции. Краевые задачи для уравнения Бесселя. Различные типы цилиндрических функций.

Сферические функции. Полиномы Лежандра. Некоторые примеры применения сферических функций.

Полиномы Чебышева-Эрмита и Чебышева-Лагерра. Дифференциальные и рекуррентные формулы.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовые варианты контрольных работ

Семестр 5

Вариант 1

1. Найти общее решение уравнения:

$$(x - y) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

2. Однородная струна длиной l , закрепленная на обоих концах, находится в прямолинейном положении равновесия. В некоторый момент времени, принимаемый за начальный, она получает в точке $x = c$ удар от

молоточка, который сообщает этой точке постоянную скорость v_0 . Найти отклонение $u(x, t)$ струны для любого момента времени.

Рассмотреть два случая:

а) струна возбуждается начальной скоростью

$$\frac{\partial v(x, 0)}{\partial t} = \begin{cases} 0, & \text{если } |x - c| > \frac{\pi}{2h}, \\ v_0, & \text{если } |x - c| < \frac{\pi}{2h}. \end{cases}$$

Этот случай соответствует плоскому жесткому молоточку, имеющему вершину $\frac{\pi}{h}$ и ударяющему в точке $x = c$.

б) струна возбуждается начальной скоростью

$$\frac{\partial v(x, 0)}{\partial t} = \begin{cases} 0, & \text{если } |x - c| > \frac{\pi}{2h}, \\ v_0 \cosh(x - c), & \text{если } |x - c| < \frac{\pi}{2h}. \end{cases}$$

Этот случай соответствует выпуклому жесткому молоточку, имеющему вершину $\frac{\pi}{h}$.

Семестр 6

Вариант 1

1. Дан однородный шар радиуса R при температуре θ^0 , соответствующей температуре окружающей среды. Начиная с момента $t = 0$, температура окружающей среды растет линейно со временем, так что $u_c = bt$, где b -постоянная. Теплообмен между поверхностью шара и окружающей средой происходит по закону Ньютона. Нагревание происходит равномерно (симметричная задача). Найти распределение температуры по радиусу шара в момент времени $t > 0$.

2. Найти решение уравнения:

$$\Delta v + k^2 v = 0$$

в области

$$D: 0 < a \leq r \leq b, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \alpha < \pi,$$

удовлетворяющее краевым условиям:

$$v|_{r=a} = v|_{r=b} = 0, v|_{\theta=\alpha} = f(r)e^{im\varphi},$$

где m - целое положительное число.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Варианты домашних заданий:

Типовые варианты домашних заданий

Семестр 5.

Задание 1. Определить тип и привести к каноническому виду дифференциальные уравнения.

Задание 1. $u_{xx} - u_{yy} = 0, y > 0;$

$$u_{xx} + xu_{yy} - \frac{1}{2x}u_x + \frac{x}{2}u_y = 0;$$

$$x^2u_{xx} + 2xu_{xy} + y^2u_{yy} = 0.$$

Задание 2. Решить уравнение гиперболического типа $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ на

оси OX с начальными условиями $u(x,0) = \varphi(x)$, $u'_t(x,0) = \psi(x)$ методом Даламбера.

Вариант	$u(x,0)$	$u'_t(x,0)$	a	Вариант	$u(x,0)$	$u'_t(x,0)$	a
---------	----------	-------------	-----	---------	----------	-------------	-----

1	$\sin x$	$1/(2+x^2)$	4	16	$-x^3$	$x/\sqrt{1+x^2}$	4
---	----------	-------------	---	----	--------	------------------	---

Задание 3. Решить уравнение гиперболического типа $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ на полуоси $x \in [0, \infty]$, $0 < t < \infty$ с начальными условиями $u(x, 0) = \varphi(x)$, $u'_t(x, 0) = \psi(x)$ и краевыми условиями $u(0, t) = 0$ или $u'_x(0, t) = 0$ методом Даламбера.

Вариант	$u(x, 0)$	$u'_t(x, 0)$	$u(0, t)$	$u'_x(0, t)$	a	Прод.нач. усл.
1	x^2	x	0	—	3	н

Семестр 6.

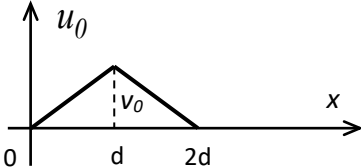
Задание 1. Решить уравнение теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u$, $u = (x, y, t)$ на плоскости с начальными условиями $u(x, y, 0) = \varphi(x, y)$, функция $\varphi(x, y)$ $2n$ -раз дифференцируема. Решение искать в виде ряда $u(x, y, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k a^{2k}}{k!} \Delta^k \varphi(x, y)$.

Вариант	$u(x, y, 0)$	a	Вариант	$u(x, y, 0)$	a
1	$1 + (x^2 + y^2)^2$	2	16	$x^2 y^2 - (x^2 - 2y^2)^2$	3

Задание 2. Решить уравнение параболического типа (теплопроводности) $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$ на отрезке $x \in [0, l]$ с начальным условием $u(x, 0) = \varphi(x)$ и краевыми условиями $u(0, t) = u(l, t) = 0$ или $u'_x(0, t) = u'_x(l, t) = 0$ методом Фурье.

Вариант	$u(x, 0)$	$u(0, t)$	$u(l, t)$	$u'_x(0, t)$	$u'_x(l, t)$	a	l
1	u_0	—	—	0	0	2	1

Задание 6. Решить уравнение гиперболического типа $\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$ на отрезке $x \in [0, l]$ с начальными условиями $u(x, 0) = \varphi(x)$, $u'_t(x, 0) = \psi(x)$ и краевыми условиями $u(0, t) = 0$, $u(l, t) = 0$ методом Фурье.

Вар иант	$u(x,0)$	$u'_t(x,0)$	a	l
1	$2ax(1-x)$	0	2	l
	0		$1/3$	$2d$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «домашние задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовые экзаменационные билеты

ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ

Кафедра «Прикладная математика»

Билет № 1

1. Построение математических моделей физических задач и нахождение их приближенных решений. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры. (1 балл).

2. Определить тип и свести к каноническому виду ДР:

$$u_{xx} - u_{yy} = 0, \quad y > 0;$$

$$u_{xx} + xu_{yy} - \frac{1}{2x}u_x + \frac{x}{2}u_y = 0; \text{ (2 балла).}$$

$$x^2 u_{xx} + 2xu_{xy} + y^2 u_{yy} = 0.$$

3. Решить уравнение гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in [0, \infty), \quad 0 < t < \infty \text{ с начальными условиями}$$

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad u'_t(x, 0) = \psi(x) \text{ и краевыми условиями } u(0, t) = 0 \text{ или}$$

$$u'_x(0, t) = 0 \text{ по методу Даламбера:}$$

$$\phi(x) = x^3, \quad \psi(x) = \cos^2 x, \quad u(0, t) = 0, \quad a = 1. \text{ (2 балла)}$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №__ от _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

доц. Малый В.В.

Лектор

доц. Щелоков В.С..

Семестр 6

ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ

Кафедра «Прикладная математика»

Билет №1

1. Уравнение Лапласа в криволинейной системе координат.

2. Решить уравнение теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u$, $u = (x, y, t)$ на плоскости с начальными условиями $u(x, y, 0) = \phi(x, y)$, функция $\phi(x, y)$ 2 n-раз дифференцируемая. Решение искать в виде ряда

$$u(x, y, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k a^{2k}}{k!} \Delta^k \phi(x, y);$$

$$u(x, y, 0) = 1 + (x^2 + y^2)^2, \quad a = 2.$$

3. Решить уравнение теплопроводности $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$, $x \in [0, l]$ с начальными условиями $u(x, 0) = \phi(x)$ и краевыми условиями $u(0, t) = u(l, t) = 0$ или $u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0$ по методу Фурье:

$$\phi(x) = u_0, \quad u'_x(0, t) = u'_x(l, t) = 0, \quad a = 2, \quad l = 1.$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №__ от ____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

доц. Малый В.В.

Лектор

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)