

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий

Кочевский А. А.

04

2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Численные методы»

по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое
моделирование

профиль подготовки «Механика деформируемых тел и сред»

Луганск – 2023

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Численные методы» по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование. – 14 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Численные методы» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 10 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018 года за № 49933, учебного плана по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, (профиль «Механика деформируемых тел и сред») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

СОСТАВИТЕЛЬ

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики Кочевский А. А.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой прикладной математики _____ Малый В. В.

Переутверждена: «___» _____ 20__ г., протокол № _____

Согласована:

Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Кочевский А. А.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Ветрова Н. Н.

© Кочевский А. А., 2023 год

© ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2023 год

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – сформировать у студентов систему понятий о вычислительной математике, теории погрешностей, о численных методах решения задач линейной алгебры и математического анализа.

Задачи дисциплины: дать студентам представление о численных методах решения математических задач; дать умения и навыки применения численных методов для решения практических (прикладных) задач с использованием ЭВМ.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Численные методы» входит в блок дисциплин обязательной части учебного плана.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» и служит основой для освоения специальных дисциплин.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Численные методы», должны

знать:

- терминологию, основные понятия и определения вычислительной математики;
- основы теории погрешностей;
- постановки задач решения систем линейных алгебраических уравнений, нелинейных уравнений и их систем, оптимизации функций, интерполирования, обработки экспериментальных данных, численного дифференцирования, численного интегрирования функций и дифференциальных уравнений;

- численные методы решения указанных задач;
- оценки сходимости численных методов и точности получаемого результата;

уметь:

- правильно выбирать численный метод для решения конкретной задачи;
- осуществлять оценку точности численного метода;
- применять на практике компьютерные средства численного решения практических задач;

владеть:

- навыками решения практических задач с использованием численных методов.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и

требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

общефессиональных:

- ОПК-1 способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности
- ОПК-2 способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	216 (6 з.е.)	216 (6 з.е.)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	112	48	-
Лекции	56	24	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	56	24	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	36	36	-
Индивидуальное задание	-	-	-
Самостоятельная работа студента (всего)	104	168	-
Форма аттестации	зачет, экзамен	зачет, экзамен	-

4.2. Содержание разделов дисциплины

Семестр 5

Тема 1. Введение.

Предмет вычислительной математики. Историческая справка. Роль компьютера в исследовании сложных математических моделей. Понятие вычислительного эксперимента. Требования, предъявляемые к задачам (устойчивость, корректность). Требования, предъявляемые к алгоритмам. Проблема погрешностей в вычислительной математике. Погрешность модели, алгоритма, входных данных, вычислительного процесса. Источники и классификация погрешностей.

Тема 2. Элементарная теория погрешностей.

Относительная и абсолютная погрешности. Понятие верного знака. Погрешность числа, заданного с верными знаками.

Погрешности арифметических операций. Погрешность функции (прямая задача теории погрешностей). Обратная задача теории погрешностей.

Тема 3. Численные методы решения задач линейной алгебры. Обусловленность и устойчивость систем. Классификация методов решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса, выбор главного элемента. Вычисление определителей, вычисление обратной матрицы. Метод прогонки. Метод простой итерации (Якоби). Оценка погрешности. Модификация Зейделя. Проблема собственных значений. Степенной метод. LU-разложение.

Тема 4. Численное решение нелинейных уравнений и систем. Методы решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации, метод Ньютона. Условия сходимости итерационных процедур. Решение скалярных уравнений. Способы отделения корней. Метод половинного деления (дихотомии), пропорциональных частей (хорд), касательных (Ньютона), простой итерации, комбинированный метод. Геометрические иллюстрации методов. Метод решения нелинейных уравнений и систем путем сведения к оптимизационным задачам.

Тема 5. Численные методы минимизации (максимизации). Методы поиска для функции одной переменной. Метод Фибоначчи, «золотого сечения». Метод квадратичной интерполяции. Методы безусловной минимизации выпуклых функций многих переменных. Градиентный метод и его модификации. Метод наискорейшего спуска. Покоординатный спуск. Поиск глобального минимума методом случайного поиска и локального спуска. Метод Нелдера-Мида.

Семестр 6

Тема 6. Методы интерполяции и приближения функций. Постановка задачи интерполирования. Узлы интерполирования. Интерполирующая функция. Единственность решения задачи интерполирования. Алгебраический интерполяционный многочлен: форма Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности. Интерполирование сплайнами. Аппроксимация методом наименьших квадратов. Равномерное, среднеквадратичное приближение. Метод ортогональных полиномов. Полиномы Чебишева.

Тема 7. Численное интегрирование и дифференцирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Погрешность методов. Принцип Рунге. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Разностные формулы численного дифференцирования. Вычисление производных с

использованием интерполяционных многочленов. Оценки погрешностей. Применение квадратурных формул.

Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Постановка задачи численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод

Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Автоматический выбор шага. Многошаговые методы. Интегрирование систем уравнений. Экстраполяционная и интерполяционная формулы Адамса. Метод конечных разностей.

Тема 9. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Граничные и краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Классификация задач. Метод стрельбы. Методы конечных разностей. Проекционные методы. Методы коллокации и Галеркина. Погрешности методов. Метод конечных элементов.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 5		28		-
Тема 1.	Введение	2	1	-
Тема 2.	Элементарная теория погрешностей	4	1	-
Тема 3.	Численные методы решения задач линейной алгебры	6	2	-
Тема 4.	Численное решение нелинейных уравнений и систем	8	4	
Тема 5.	Численные методы минимизации (максимизации)	8	4	
Семестр 6		28		
Тема 6.	Методы интерполяции и приближения функций	8	4	-
Тема 7.	Численное интегрирование и дифференцирование	6	2	-
Тема 8.	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	6	2	-
Тема 9.	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	8	4	-
Итого:		56	24	-

4.4. Практические (семинарские) занятия

Не предусмотрены.

4.5. Лабораторные работы

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно- заочная форма	Заочная форма
Семестр 5		28		-
1.	Метод Гаусса решения СЛАУ	1	2	-
2.	Вычисление определителя	1		-
3.	Вычисление обратной матрицы	1	2	-
4.	Решение СЛАУ методом Якоби	1		-
5.	Частичная проблема собственных значений	2		-
6.	Решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона	2	2	-
7.	Решение системы нелинейных уравнений методом простой итерации	2		-
8.	Графическая локализация корней и метод дихотомии	2	2	-
9.	Метод пропорциональных частей	2		-
10.	Метод касательных	2		-
11.	Комбинированный метод	2		-
12.	Нахождение минимума методом Фибоначчи	1	2	-
13.	Метод «золотого сечения»	1		-
14.	Метод квадратичной интерполяции	2		-
15.	Градиентный метод	1	2	-
16.	Метод наискорейшего спуска	1		-
17.	Метод Нелдера-Мида	2		-
Семестр 6		28		-
18.	Интерполяционный полином Лагранжа	2	2	-
19.	Интерполяционный полином Ньютона	2		-
20.	Интерполяция кубическим сплайном	2	2	-
21.	Аппроксимация методом наименьших квадратов	2		-
22.	Приближение полиномами Чебишева	2	2	-
23.	Интегрирование методом трапеций	2		-
24.	Интегрирование методом Симпсона	2	2	-
25.	Численное дифференцирование	2		-
26.	Решение задачи Коши ОДУ методом Эйлера	2	2	-
27.	Решение задачи Коши ОДУ методом Рунге-Кутта с автоматическим выбором шага	4		-
28.	Решение задачи Коши ОДУ методом Адамса	2	2	-
29.	Решение краевой задачи ОДУ методом конечных разностей	2		-
Итого:		56	24	-

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 5			16		-
Тема 1.	Введение	проработка материалов лекции	2	8	-
Тема 2.	Элементарная теория погрешностей	Проработка материала лекций и учебников, выполнение домашнего задания	2	12	-
Тема 3.	Численные методы решения задач линейной алгебры	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение домашнего задания	4	12	-
Тема 4.	Численное решение нелинейных уравнений и систем	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение домашнего задания	4	12	-
Тема 5.	Численные методы минимизации (максимизации)	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение домашнего задания	4	12	-
Семестр 6			88		
Тема 6.	Методы интерполяции и приближения функций	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение курсовой работы	22	28	-
Тема 7.	Численное интегрирование и дифференцирование	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение курсовой работы	22	28	-
Тема 8.	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение курсовой работы	22	28	-
Тема 9.	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	Проработка материала лекций и учебников, подготовка к лабораторным работам; выполнение курсовой работы	22	28	-
Итого:			104	168	-

4.7. Курсовые работы/проекты

Не предусмотрены.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

- технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

- технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

- технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

- технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

- технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

- технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

- проверка домашнего задания;
- защита лабораторных работ.

Фонды оценочных средств, включающие типовые индивидуальные задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме:

письменного экзамена, включающего теоретические вопросы и практические задания. В случае неполного, спорного или некорректного выполнения задания письменного экзамена, допускается уточняющий устный опрос студента, на основании которого возможна корректировка оценки результатов промежуточной аттестации. Допуск к промежуточной аттестации производится на основании положительных результатов по всем формам текущего контроля;

зачета (предполагает выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины).

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов	
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	зачтено
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	

неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено
----------------------------	---	------------

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

Балабко Л.В., Численные методы / Л.В. Балабко, А.В. Томилова - Архангельск : ИД САФУ, 2014. - 163 с. - ISBN 978-5-261-00962-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261009627.html> (дата обращения: 1.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Бахвалов Н.С., Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. - 243 с. - ISBN 978-5-9963-2980-9 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996329809.html> (дата обращения: 1.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Калиткин Н.Н. Численные методы: учеб. пос.- 2-е изд.-СПб:БХВ-Петербург, 2011.

Карманова Е.В., Численные методы : учеб. пособие / Е.В. Карманова. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2015. - 172 с. - ISBN 978-5-9765-2303-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html> (дата обращения: 1.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Турчак Л.И., Основы численных методов: Учебное пособие : Учебное пособие. / Турчак Л.И., Плотников П.В. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 304 с. - ISBN 5-9221-0153-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922101536.html> (дата обращения: 1.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

Бахвалов Н. С. Численные методы [Текст] : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - М. : Наука, 1987. - 598 с.

Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях: Учеб. пособие.- М.: Высш. шк., 2000.

Бахвалов Н.С., Численные методы. Решения задач и упражнения : учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, А.А. Корнев, Е.В. Чижонков - М. : Лаборатория знаний, 2016. - 355 с. (Классический университетский учебник) - ISBN 978-5-93208-205-8 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента"

: [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785932082058.html>
(дата обращения: 1.09.2019). - Режим доступа : по подписке.

Вержбицкий В.М. Основы численных методов.- М.: Высшая школа, 2005.

Волков Е. А. Численные методы [Текст] : учеб. пособие / Е. А. Волков. - М. : Наука, 1982. - 256 с.

Копченова Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / Н. В. Копченова, И. А. Марон. - М. : Наука, 1972. - 367 с.

Краскевич В. Е. Численные методы в инженерных исследованиях [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Краскевич, К. Х. Зеленский, В. И. Гречко. - К. : Вища школа, 1986. - 264 с.

Мэтьюз Д.Г., Финк К.Д. Численные методы. Использование MATLAB. - М.: СПб.; К.: Издат. дом "Вильямс", 2001.

Самарский А. А. Численные методы [Текст] : учеб. пособие / А. А. Самарский, А. В. Гулин. - М. : Наука, 1989. - 432 с.

Численные методы. Сборник задач [Текст] : учеб. пособие / под ред. У. Г. Пирумова. - М. : Дрофа, 2007. - 144 с.

в) методические указания:

Методические указания к выполнению контрольных работ по дисциплине «Численные методы» для студентов заочной формы обучения направлений подготовки «Прикладная математика и информатика», «Прикладная информатика», «Программная инженерия» [Электронный ресурс] / сост. А. А. Кочевский. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 51 с.

Методические указания к лабораторным занятиям по дисциплине «Численные методы» для студентов направлений подготовки «Прикладная математика и информатика», «Прикладная информатика», «Программная инженерия» [Электронный ресурс] : Лабораторные работы 1-9 / сост. А. А. Кочевский. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 36 с.

г) Интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Численные методы»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Тема 1. Введение. Предмет вычислительной математики Тема 2. Элементарная теория погрешностей Тема 3. Численные методы решения задач линейной алгебры Тема 4. Численное решение нелинейных уравнений и систем Тема 5. Численные методы минимизации (максимизации) Тема 6. Методы интерполяции и приближения функций Тема 7. Численное интегрирование и дифференцирование Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений Тема 9. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	основной (5-6)
2	ОПК-2	способен применять	Тема 1.	основной (5-6)

		методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности	Введение. Предмет вычислительной математики Тема 2. Элементарная теория погрешностей Тема 3. Численные методы решения задач линейной алгебры Тема 4. Численное решение нелинейных уравнений и систем Тема 5. Численные методы минимизации (максимизации) Тема 6. Методы интерполяции и приближения функций Тема 7. Численное интегрирование и дифференцирование Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений Тема 9. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	
--	--	--	--	--

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1 ОПК-2	знать: терминологию, основные понятия и определения вычислительной математики; основы теории погрешностей; постановки задач решения систем	Тема 1. Введение. Предмет вычислительной математики Тема 2. Элементарная теория	Фронтальные и индивидуальные опросы; домашние задания; индивидуальные задания; теоретические

		линейных алгебраических уравнений, нелинейных уравнений и их систем, оптимизации функций, интерполирования, обработки экспериментальных данных, численного дифференцирования, численного интегрирования функций и дифференциальных уравнений; численные методы решения указанных задач; оценки сходимости численных методов и точности получаемого результата; уметь: правильно выбирать численный метод для решения конкретной задачи; осуществлять оценку точности численного метода; применять на практике компьютерные средства численного решения практических задач; владеть: навыками решения практических задач с использованием численных методов	погрешностей Тема 3. Численные методы решения задач линейной алгебры Тема 4. Численное решение нелинейных уравнений и систем Тема 5. Численные методы минимизации (максимизации) Тема 6. Методы интерполяции и приближения функций Тема 7. Численное интегрирование и дифференцирование Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений Тема 9. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	отчеты; курсовая работа; промежуточная аттестация (зачет, экзамен)
2	ОПК-4	знать: терминологию, основные понятия и определения вычислительной математики; основы теории погрешностей; постановки задач решения систем линейных алгебраических уравнений, нелинейных	Тема 1. Введение. Предмет вычислительной математики Тема 2. Элементарная теория погрешностей Тема 3. Численные	Фронтальные и индивидуальные опросы; домашние задания; индивидуальные задания; теоретические отчеты; курсовая работа; промежуточная

		уравнений и их систем, оптимизации функций, интерполирования, обработки экспериментальных данных, численного дифференцирования, численного интегрирования функций и дифференциальных уравнений; численные методы решения указанных задач; оценки сходимости численных методов и точности получаемого результата; уметь: правильно выбирать численный метод для решения конкретной задачи; осуществлять оценку точности численного метода; применять на практике компьютерные средства численного решения практических задач; владеть: навыками решения практических задач с использованием численных методов	методы решения задач линейной алгебры Тема 4. Численное решение нелинейных уравнений и систем Тема 5. Численные методы минимизации (максимизации) Тема 6. Методы интерполяции и приближения функций Тема 7. Численное интегрирование и дифференцирование Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений Тема 9. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	аттестация (зачет, экзамен)
--	--	---	---	--

Фонды оценочных средств по дисциплине «Численные методы»

Типовые варианты домашних заданий:

Семестр 5.

Домашнее задание №1

Дана функция

$$z = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}x_i x_j, \quad a_{ij} = a_{ji}.$$

В таблице ниже приведены приближённые значения x_i , содержащие верные значащие цифры. Значения a_{ij} являются точными.

Необходимо:

1. определить абсолютные $\Delta(x_i)$ и относительные $\delta(x_i)$ погрешности исходных данных, указать диапазоны расположения их точных значений;
2. вычислить значение функции с учётом и без учета правила подсчёта значащих цифр, сравнить результаты;
3. определить абсолютную $\Delta(z)$ и относительную $\delta(z)$ погрешности функции, указать диапазон расположения её точного значения.

Исходные данные для расчёта

Вариант №	a_{11}	a_{12}	a_{22}	x_1	x_2
1	1	-0,1	3	-0,17	0,4973
2	2	-4	0,5	1,47	-0,34134
3	-2	1	-0,8	-1,01	0,49992
4	3	-0,9	7	4,97	-0,43576
5	6	1	0,8	-2,01	19,3412
6	2	3	-0,6	0,18	-1,396
7	1	-3	0,7	2,0	-0,9754
8	4	0,7	9	-0,62	1,93985
9	6	0,4	-7	0,39	-0,1697
10	3	-0,6	2	-3,6	0,48129
11	0,8	5	-1	-1,5	0,98817
12	8	0,3	-9	0,67	4,97117
13	0,4	-8	2	1,10	-3,2222
14	4	0,2	-3	0,4984	-0,18
15	0,9	5	7	-0,43143	1,56
16	-5	0,1	7	-0,49299	1,20
17	5	0,5	-4	0,45387	-7,49
18	0,9	4	-8	-1,93421	2,00
19	2	3	0,9	6,391	-0,81
20	0,5	-9	6	0,5749	-2,0
21	8	0,2	6	1,99358	-0,26
22	3	-0,3	8	1,69740	-0,93
23	-2	0,4	8	-4,8291	6,3

24	0,7	3	-5	9,1878	-5,1
25	4	0,8	9	7,94711	-7,6

Семестр 6.

Домашнее задание №2

На промежутке $[a, b]$ составить таблицу значений функции $y=f(x)$ в $(n+1)$ -ой равностоящих узловых точках. По этой таблице построить интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. В обоих случаях определить приближённые значения функции в точке $x = \frac{a+b}{2}$ по формуле $f(x) \approx P_n(x)$. Оценить погрешность $R_n(x)$ полученных значений, сравнить её с “точной” погрешностью $\varepsilon(x) = f(x) - P_n(x)$.

В вариантах 1-12 считать $f(x) = \sin kx$, $[a, b] = \left[-\frac{\pi(14-k)}{2(13-k)}; \frac{\pi(13-k)}{14-k} \right]$,

в вариантах 13-25, - $f(x) = \cos(25-k)x$, $[a, b] = \left[-\frac{\pi k}{2(k-1)}; \frac{\pi(k-1)}{k} \right]$,

где k - номер варианта. Значение n задается преподавателем.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	В задании указанным способом определен верный ответ с заданной точностью
Не зачтено	Задание не выполнено полностью или ответ не верный (в т.ч. точность не достаточна)

Типовые варианты лабораторных работ:

Семестр 5.

Задание к лабораторной работе №1.

Используя схему Гаусса, решить систему уравнений с точностью до 0,0001.

№1

$$\begin{cases} 3,21x_1 - 4,25x_2 + 2,13x_3 = 5,06 \\ 7,09x_1 + 1,17x_2 - 2,23x_3 = 4,75 \\ 0,43x_1 - 1,4x_2 - 0,62x_3 = -1,05 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 0,42x_1 - 1,13x_2 + 7,05x_3 = 6,15 \\ 1,14x_1 - 2,15x_2 + 5,11x_3 = -4,16 \\ -0,71x_1 + 0,81x_2 - 0,02x_3 = -0,17 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №2.

Вычислить определитель по схеме Гаусса с точностью до 0,0001.

№1

$$\begin{vmatrix} 1,00 & 0,42 & 0,54 & 0,66 \\ 0,42 & 1,00 & 0,32 & 0,44 \\ 0,54 & 0,32 & 1,00 & 0,22 \\ 0,66 & 0,44 & 0,22 & 1,00 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{vmatrix} 1,00 & 0,17 & -0,25 & 0,54 \\ 0,47 & 1,00 & 0,67 & -0,32 \\ -0,11 & 0,35 & 1,00 & -0,74 \\ 0,55 & 0,43 & 0,36 & 1,00 \end{vmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №3.

Найти обратную матрицу при помощи метода Жордана-Гаусса, расчеты вести с четырьмя знаками.

№1

$$1) \begin{pmatrix} 1,00 & 0,47 & -0,11 & 0,55 \\ 0,42 & 1,00 & 0,35 & 0,17 \\ -0,25 & 0,67 & 1,00 & 0,36 \\ 0,54 & -0,32 & -0,74 & 1,00 \end{pmatrix}$$

№2

$$\begin{pmatrix} 0,15 & 0,23 & 0,12 & 0,44 \\ -0,52 & 0,35 & 0,21 & -0,72 \\ 0,35 & 0,42 & 0,38 & -0,63 \\ 0,74 & -0,25 & 0,37 & 0,55 \end{pmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №4

Привести систему к виду, пригодному для итераций. Решить систему по методу Якоби с точностью $\varepsilon = 0,001$.

№1

$$\begin{cases} 2,7x_1 + 3,3x_2 + 1,3x_3 = 2,1 \\ 3,5x_1 - 1,7x_2 + 2,8x_3 = 1,7 \\ 4,1x_1 + 5,8x_2 - 1,7x_3 = 0,8 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 1,7x_1 + 2,8x_2 + 1,9x_3 = 0,7 \\ 2,1x_1 + 3,4x_2 + 1,8x_3 = 1,1 \\ 4,2x_1 - 1,7x_2 + 1,3x_3 = 2,8 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №5

Используя метод итераций, определить первое собственное число матрицы (наибольшее по модулю), после чего найти соответствующий собственный вектор, который имеет первую норму равной 1.

$$\text{№ 1} \quad A = \begin{pmatrix} 2,1 & 1 & 1,1 \\ 1 & 2,6 & 1,1 \\ 1,1 & 1,1 & 3,1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 2} \quad A = \begin{pmatrix} 2,4 & 1 & 1,4 \\ 1 & 2,9 & 1,4 \\ 1,4 & 1,4 & 3,4 \end{pmatrix}$$

Задание к лабораторной работе №6

Используя метод Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\text{№1} \quad \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2 \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0 \end{cases}$$

$$\text{№2} \quad \begin{cases} \sin(x + y) - 1,6x = 0 \\ x^2 + y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №7

Используя метод итераций, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\text{№1} \quad \begin{cases} \sin(x + 1) - y = 1,2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$$

$$\text{№2} \quad \begin{cases} \cos(x - 1) + y = 0,5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$$

Задание к лабораторной работе №8

- 1) Отделить корни аналитически.
- 2) Отделить корни аналитически и уточнить один из них методом дихотомии с точностью до 0,01.
- 3) Отделить корни графически.
- 4) Отделить корни графически и уточнить один из них методом дихотомии с точностью до 0,01.

$$\begin{aligned} \text{№1.} \quad & 1) 2^x + 5x - 3 = 0 \\ & 2) 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0 \\ & 3) 0,5^x + 1 = (x - 2)^2 \\ & 4) (x - 3)\cos x = 1, -2\pi \leq x \leq 2\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№2.} \quad & 1) \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3x^3} = 0 \\ & 2) 2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0 \\ & 3) [\log_2(-x)] \cdot (x + 2) = -1 \\ & 4) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 0,5x = 0 \end{aligned}$$

Задание к лабораторной работе №9

- 1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом хорд с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом хорд с точностью до 0,001.

№1. 1) $x - \sin x = 0,25$

2) $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$

№2. 1) $\operatorname{tg}(0,58x + 0,1) = x^2$

2) $x^3 - 6x - 8 = 0$

Задание к лабораторной работе №10

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом касательных с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом касательных с точностью до 0,001.

При выполнении работы №10 использовать уравнения работы №9.

Задание к лабораторной работе №11

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них комбинированным методом с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них комбинированным методом с точностью до 0,001.

При выполнении работы №11 использовать уравнения работы №9.

Задание к лабораторной работе №12

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом Фибоначчи.

№	$F(X) =$	Тип экстремума	Интервал локализации	Погрешность
1	$\operatorname{ctg} 1.05x - x^2 = 0$	max	[4; 9]	0.02
2	$x^2 + \sin(x)$	min	[-1; 0]	0.005

Задание к лабораторной работе №13

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом «золотого сечения».

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №12

Задание к лабораторной работе №14

Найти с заданной точностью минимум (максимум) функции методом квадратичной интерполяции.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №12

Задание к лабораторной работе №15

Найти с заданной точностью минимум целевой функции градиентным методом.

№	Вид целевой функции $F(x_1, x_2)$	Начальная точка		Точность
		$x_1^{(0)}$	$x_2^{(0)}$	
1	$x_1^3 + 8x_2^3 - 6x_1x_2 + 1$	5	10	0.1
2	$e^{x_1/2}(x_1 + x_2^2)$	6	2	0.25
3	$x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 3x_1 - 6x_2$	-5	8	0.12

Задание к лабораторной работе №16

Найти с заданной точностью минимум целевой функции методом наискорейшего спуска.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №15

Задание к лабораторной работе №17

Найти с заданной точностью минимум целевой функции методом Нелдера-Мида.

При выполнении задания, использовать условия вариантов работы №15

Семестр 6.

Задание к лабораторной работе №18

По заданной табличной функции построить интерполяционный полином Лагранжа

Номер варианта	Исходные данные				
1	x	1,4	1,8	2,3	2,9
	f(x)	0,3365	0.5878	0.8329	1.0647
2	x	2,0	2,5	2,8	3,3
	f(x)	0,6931	0.9163	1.0296	1,1939

Задание к лабораторной работе №19

По заданной табличной функции построить интерполяционный полином Ньютона. При выполнении работы использовать условие работы №18.

Задание к лабораторной работе №20

По заданной таблице значений функции построить кубический сплайн.

Вычислить его значение в указанной точке.

№1.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x = 3.2$
	Y	-1	3	4	2	0	
№2.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x = 2.7$
	Y	4	2	-1	6	3	

Задание к лабораторной работе №21

По заданной таблице значений функции построить аппроксимирующий полином по методу наименьших квадратов. Вычислить его значение в указанной точке.

При выполнении работы использовать условие работы № 20.

Задание к лабораторной работе №22

Рассчитать оптимальные узлы интерполяции по Чебышеву.

При выполнении работы использовать границы интервалов и число узлов из условия работы № 20.

Задание к лабораторной работе №23

С помощью квадратурной формулы трапеций вычислить определенный интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$1. \int_{\pi/3}^{\pi} \cos(x + \sin x^2) dx \quad 2. \int_{-\pi/2}^0 \lg(2 - \cos 3x) dx \quad 3. \int_{1,5}^3 x^4 2^{-x^2} dx$$

Задание к лабораторной работе №24

С помощью квадратурной формулы Симпсона вычислить определенный интеграл и, используя правило Рунге, оценить погрешность полученного результата. Шаг интегрирования h выбрать таким, чтобы погрешность вычисления интеграла не превосходила $\varepsilon = 10^{-5}$.

При выполнении работы использовать задание работы №23.

Задание к лабораторной работе №25

Используя выражение для первой и второй центральной разностной производной, вычислить их значения с оптимальным шагом. Точка, в которой рассчитывается значение производной, выбирается самостоятельно.

$$\text{№1. } y = \cos(x^2 + 1) \quad \text{№2. } y = \sin x / (\cos^2 x + 1)$$

Задание к лабораторной работе №26

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Эйлера.

$$\text{№1. } y' + \frac{2y^2 x}{x^2 + 1} = 0, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 5].$$

$$\text{№2. } y' = -yx + x, \quad y(0) = 2, \quad x \in [0, 5].$$

Задание к лабораторной работе №27

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Рунге-Кутты 4 порядка.

При выполнении работы использовать условие работы №26.

Задание к лабораторной работе №28

Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ с шагом $h = 0.1$, методом Адамса.

При выполнении работы использовать условие работы №26.

Задание к лабораторной работе №29

Решить краевую задачу для ОДУ методом конечных разностей

1. $y'' + y' / x + 2y = x$

$$\begin{cases} y(0.7) = 0.5 \\ 2y(1) + 3y'(1) = 1.2 \end{cases}.$$

2. $y'' - y' / x^2 + 2y = x + 1$

$$\begin{cases} y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2 \\ y(1.2) = 1 \end{cases}.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «лабораторные работы»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	В результате реализации алгоритма и проведения расчетов на ЭВМ вычислен верный ответ с заданной точностью
Не зачтено	Работа отсутствует либо ответ не верный (в т.ч. случай, когда точность не достаточна)

Темы курсовых работ:

Не предусмотрены.

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Типовые экзаменационные билеты

Семестр 5.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Этапы решения задач на ЭВМ. Погрешности вычислений
2. Метод простой итерации решения СЛАУ
3. Используя метод Гаусса, найти матрицу, обратную заданной

$$A = \begin{bmatrix} 2,15 & -2,18 & 0,23 \\ -1,35 & 0,69 & 3,28 \\ 2,49 & -0,45 & 6,79 \end{bmatrix}$$

4. Используя метод Ньютона, найти минимум функции $y = \frac{1}{2}x^2 - \sin x$ с точностью $\varepsilon = 0,01$

Примените метод Фибоначчи при наличии 10 вычислений функции для определения минимума функции $2x^2 + 3e^{-x}$ на интервале $(0; 1)$

Семестр 6.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Постановка задачи интерполяции функции
2. Квадратурная формула Симпсона
3. Вычислить значение в точке x^* , используя интерполяционный многочлен Лагранжа:

$$x^* = 0,72 \quad x_1 = 0,43; \quad x_2 = 0,48; \quad x_3 = 0,55; \quad x_4 = 0,62; \quad x_5 = 0,7; \\ y_1 = 1,63; \quad y_2 = 1,73; \quad y_3 = 1,87; \quad y_4 = 2,03; \quad y_5 = 2,22;$$

4. Вычислить интеграл по формуле Симпсона с точностью $\varepsilon = 0,01$:

$$\int_{0,6}^{1,4} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{2x + \sqrt{x^2 + 0,5}} dx$$

5. Решить дифференциальное уравнение методом Рунге-Кутты на отрезке $[0; 1]$, $h = 0,1$, $\varepsilon = 0,01$: $y' = 1 + 0,2y \sin x - y^2$, $y(0) = 0$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)